

## Unidad 1

### Fundamentos en sistemas eléctricos de potencia

### Parte IV (complemento)

Emerson Madrid Lorca  
Ingeniero Civil Electricista  
[emerson.madrid@utalca.cl](mailto:emerson.madrid@utalca.cl)



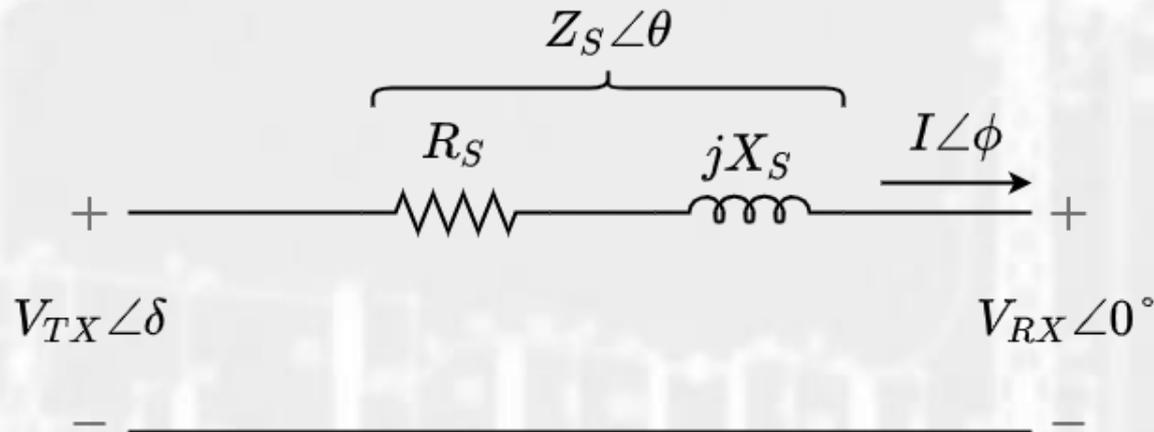
## Objetivos de la Unidad 1 (complemento)

Este complemento busca mostrar la relación entre flujo de potencia y reactivos a través de una impedancia serie, con las magnitudes y el desfase entre las tensiones en ambos extremos.

# IMPEDANCIA SERIE: V, P y Q

Sea el siguiente circuito:

Voltaje en extremo transmisor  $V_{TX}$  y voltaje en extremo receptor  $V_{RX}$ , donde ambas barras se conectan a través de una impedancia  $Z_S$ .



Se cumple que:

$$V_{TX} = V_{RX} + (R_S + jX_S)I \angle \phi \quad \text{donde} \quad Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_S^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(X_S/R_S)$$

Del circuito se deduce que: 
$$I \angle \phi = \frac{V_{TX} \angle \delta - V_{RX} \angle 0^\circ}{Z_S \angle \theta}$$

Entonces, la potencia aparente que consume el extremo receptor está dada por:

$$S_{TX} = (V_{TX} \angle \delta) \cdot (I \angle \phi)^* = (V_{TX} \angle \delta) \cdot \left( \frac{V_{TX} \angle \delta - V_{RX} \angle 0^\circ}{Z_S \angle \theta} \right)^* = \frac{V_{TX}^2}{Z_S} e^{j\theta} - \frac{V_{TX} V_{RX}}{Z_S} e^{j(\theta + \delta)}$$

Lo que separado en su parte real (potencia activa) e imaginaria (potencia reactiva) queda:

$$P_{TX} = \frac{V_{TX}^2}{Z_S} \cos(\theta) - \frac{V_{TX} V_{RX}}{Z_S} \cos(\theta + \delta)$$

$$Q_{TX} = \frac{V_{TX}^2}{Z_S} \sen(\theta) - \frac{V_{TX} V_{RX}}{Z_S} \sen(\theta + \delta)$$

# FLUJO DE POTENCIA Y DESFASE $\delta$ (II)

Entonces, la potencia aparente que consume el extremo receptor está dada por:

$$S_{RX} = (V_{RX} \angle 0^\circ) \cdot (I \angle \phi)^* = (V_{RX} \angle 0^\circ) \cdot \left( \frac{V_{TX} \angle \delta - V_{RX} \angle 0^\circ}{Z_S \angle \theta} \right)^* = \frac{V_{RX} V_{TX}}{Z_S} e^{j(\theta - \delta)} - \frac{V_{RX}^2}{Z_S} e^{j\theta}$$

Lo que separado en su parte real (potencia activa) e imaginaria (potencia reactiva) queda:

$$P_{RX} = \frac{V_{RX} V_{TX}}{Z_S} \cos(\theta - \delta) - \frac{V_{RX}^2}{Z_S} \cos(\theta)$$

$$Q_{RX} = \frac{V_{RX} V_{TX}}{Z_S} \sin(\theta - \delta) - \frac{V_{RX}^2}{Z_S} \sin(\theta)$$

En general, en los SEPs veremos que  $X_S \gg R_S$ , con lo cual la potencia en el receptor se maximiza cuando  $\cos(\theta - \delta) = 1$ , esto es  $\delta \approx \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

# VOLTAJES Y REACTIVOS (I)

Podemos expresar la corriente en función de la tensión y potencia aparente en la carga:

$$S_{RX} = (V_{RX} \angle 0^\circ) \cdot (I \angle \phi)^* = P_{RX} + jQ_{RX} \rightarrow I \angle \phi = \frac{P_{RX} - jQ_{RX}}{(V_{RX} \angle 0^\circ)}$$

$$\rightarrow V_{TX} \angle \delta = V_{RX} \angle 0^\circ + (R_S + jX_S) \frac{P_{RX} - jQ_{RX}}{(V_{RX} \angle 0^\circ)}$$

Y en este caso, hemos definido el ángulo  $0^\circ$  en el extremo receptor, por lo cual:

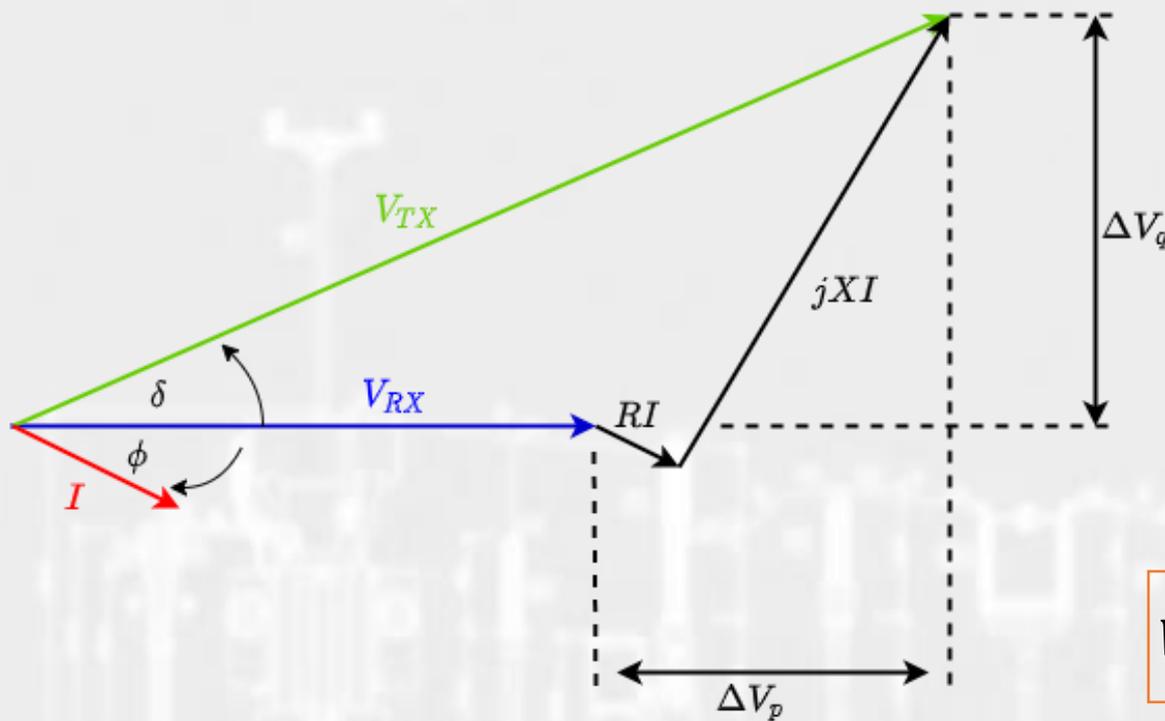
$$(V_{RX} \angle 0^\circ)^* = (V_{RX} \angle 0^\circ) = V_{RX}$$

Luego,

$$\begin{aligned} \rightarrow V_{TX} \angle \delta &= V_{RX} + (R_S + jX_S) \frac{P_{RX} - jQ_{RX}}{V_{RX}} \\ &= \left[ V_{RX} + \frac{R_S P_{RX} + X_S Q_{RX}}{V_{RX}} \right] + j \left[ \frac{X_S P_{RX} - R_S Q_{RX}}{V_{RX}} \right] \end{aligned}$$

# VOLTAJES Y REACTIVOS (II)

Representando fasorialmente la ecuación anterior, se tiene:



$$\Delta V_p = \frac{R_S P_{RX} + X_S Q_{RX}}{V_{RX}}$$

$$\Delta V_q = \frac{X_S P_{RX} - R_S Q_{RX}}{V_{RX}}$$

Si  $\delta$  es pequeño, entonces  $\Delta V_q \ll V_{RX} + \Delta V_p$

$$V_{TX} - V_{RX} \approx \frac{R_S P_{RX} + X_S Q_{RX}}{V_{RX}}$$

Si  $R_S \ll X_S$  (impedancia serie es más reactiva que resistiva):

- La diferencia de la magnitud de las tensiones depende mayormente de  $Q_{RX}$ .
- El ángulo de transmisión  $\delta$  depende principalmente de  $P_{RX}$ .